



FEN BİLGİSİ ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL İSPAT YAPABİLMEDE BAŞARI VE BAŞARISIZLIK NEDENLERİ*

*SCIENCE TEACHER CANDIDATES' CAUSAL ATTRIBUTION OF SUCCESS AND
FAILURE ON MATHEMATICAL PROOF*

Doç. Dr. Savaş BAŞTÜRK

Sinop Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Abstract

As human begins, it cannot be expected from us to remain indifferent to the events and happenings around us or not to think about their causes and effects. For that reason, people mostly seek to find the answers to the question “Why?” when they especially met unexpected or unpleasant something. Attribution theory deals with the question of how individuals make judgments. When a subject is made an attribution, she or he is usually guessing about the true cause of a particular action. Literature in the field of attribution theory suggests a relationship between the way students explain the causes of their academic performance and academic achievement. Cognitive psychologists conclude that student beliefs about their probability and causes for success and failure greatly influence their academic achievement. The aim of this study aimed to investigate science teacher candidates’ causal attributions of success and failure on mathematical proof. The participants in this study were 67 first year teacher candidates from this department. To gather data, a Likert-type questionnaire was administered. According to the participated teacher candidates, ability of proving is not an innate talent possessed by the individual.

* Bu çalışmanın bir kısmı *11. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu’nda* (USOS2012) sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

Ability to memorize, logical-mathematical intelligence or high level of intelligence, are not counted among factors affecting success or failure on mathematical proof. Causes such as distance of mathematics in secondary education from proof and reasoning, deficiencies in past topics, being blind to use which proof method for which theorem and how to start proving, prejudice, lack of effort and working are the most frequently highlighted causal attributions.

Key Words: Teacher Candidates, Causal Attribution Theory, Mathematical Proof, Mathematics Education, Teacher Training

Öz

İnsanoğlunun etrafında meydana gelen olaylara karşı duyarsız kalması, neden ve sonuçları hakkında fikir yürütmemesi düşünülemez. Bu nedenle gündelik hayatta kendimize en fazla sorduğumuz soruların başında “Neden” sorusu gelmektedir. Atıf teorisi bireylerin meydana gelen olaylara nasıl atıflar yaptığıyla ilgilenmektedir. Birey bir atıfta bulunduğu, genellikle meydana gelen sıra dışı bir olayın gerçek nedeni hakkında tahminde bulunmaktadır. Atıf teorisiyle ilgili literatür öğrencilerin akademik performanslarını açıklama biçimleriyle akademik başarıları arasında bir ilişki olduğunu göstermektedir. Bilişsel psikologlar öğrencinin başarı ya da başarısızlık olasılığı ve nedenleri hakkındaki inançlarının akademik başarıları üzerinde çok önemli bir etkiye sahip olduğu sonucuna varmışlardır. Bu araştırmanın amacı, fen bilgisi öğretmen adaylarının matematiksel ispat yapabilmede başarı ve başarısızlığa atfettikleri nedenleri ortaya koymaktır. Araştırmaya fen bilgisi öğretmenliği anabilim dalının birinci sınıfında okuyan 67 öğretmen adayı katılmıştır. Veri toplama aracı olarak 5’li dereceli Likert tipinde hazırlanmış bir anket kullanılmıştır. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarına göre, ispat yeteneği doğuştan sahip olunan bir yetenek değildir. Ayrıca, öğretmen adayları ezber kabiliyetinin olmasını, sayısal zekâyâ sahip olmayı ya da zekâ seviyesinin yüksekliğini ispatta başarı ya da başarısızlığı etkileyen faktörler arasında saymamaktadır. Ayrıca, ortaöğretimde görülen matematiğin sorgulama ve ispattan uzak olması, geçmiş konulardaki eksiklikler, hangi teorem için hangi ispat yönteminin kullanılacağını ve ispata nasıl başlanılacağını bilememe, önyargı, yeterince gayret göstermeme ve çalışmama gibi nedenler de araştırmaya katılan öğretmen adayları tarafından en çok vurgulanan başarı ya da başarısızlık nedenleridir.

Anahtar Kelimeler: Öğretmen Adayları, Neden Atfetme Teorisi, Matematiksel İspat, Matematik Eğitimi, Öğretmen Yetiştirme

GİRİŞ

İnsanoğlunun etrafında meydana gelen olaylara karşı duyarsız kalması, neden ve sonuçları hakkında fikir yürütmemesi düşünülemez. Bu nedenle gündelik hayatta kendimize en fazla sorduğumuz soruların başında ‘Neden’ sorusu gelmektedir (Försterling, 2001; Wong ve Weiner, 1981). Baron’a (1998) göre, insanları başlarına

gelen olaylara karşı salt tepki vermek mutlu etmemektedir. Daha ziyade onları mutlu eden şey, olayların neden meydana gelmiş olduğunu ve diğer insanların aynı olaylar karşısında niçin farklı şekillerde davrandığını anlamaktır. Eğer insanların neden belirli şekillerde davrandıkları açıklanabilir ve sonrasında nasıl davranacakları öngörülebilirse bu, insanların dünyayı daha tutarlı ve kontrol edilebilir olarak algılamalarına neden olacaktır (Kağıtçıbaşı, 1999).

Pek çok olayın nedenini doğrudan doğruya gözlemlemek çoğu zaman mümkün olmamaktadır. Böylesi durumlarda, birey bir takım nedensellik bağları kurarak meydana gelen olaya çeşitli nedenler atfetmektedir. Neden atfetme (causal attribution) bir bireyin kendi ya da bir başkasının davranış nedenleri hakkında anlam çıkarma sürecinden bir sonuç elde etmesidir (Bar-tal, 1978). Çevresindeki olayların nasıl işlediğini bilmek bireyin gelecek davranış ve hedeflerini oluştururken başarı beklentisini arttırmasını kolaylaştırmaktadır. Beck'e (2004) göre, 'neden atfetme teorisi' bireyin nasıl ve neden kendisinin ve başkalarının davranış nedenlerini araştırdığıyla, bulunan nedenlerin çeşitleriyle ve bu tür neden atfetmelerin duygu, motivasyon ve sonraki davranışlar üzerindeki etkileriyle ilgilenmektedir.

Öte yandan, meydana gelen bir olayın nedeninin nerede arandığı da oldukça önemli bir durumdur. Çoğunlukla bir olayın nedenini ya kendimizde ya da çevremizde ararız. Hatta bu durum bazı araştırmacıları insanlar arasında bu açıdan bakarak bir ayrım yapıp yapılamayacağını sorgulamaya götürmüştür (Onaran, 1981). Kişiler kendi yaşamlarını denetleyebilme güçleri bakımından birbirlerinden farklılıklar göstermektedirler (Rotter, 1966, 1975: aktaran Cüceloğlu, 2003). Bu noktada, Rotter (1966) iki farklı insan tipinden bahsetmektedir. Bunlar olayların sonucunun kendi kontrol ve kavrayışı içinde olduğunu düşünen ve sonuçları kendi yetenek, çaba ya da becerisiyle etkileyebileceğine inanan içsel yönelimli ve olayların sonuçlarını kendi kontrolünün dışındaki güçlerin belirlediğine inanan dışsal yönelimli insan tipidir (aktaran: Mueller ve Thomas, 2000).

Atıf kuramıyla ilgilenen araştırmacılar, bireylerin sosyal olayları nasıl algılayıp yorumladığı, onlara nasıl anlam verdiği üzerine çalışmaktadırlar (Weiner, 1972). Weiner, Frieze, Kukla ve Reed gibi bazı araştırmacılar ise dikkatlerini, öğrencilerin başarı ya da başarısızlığa atfettiği nedenlerle öğrenme performansları arasındaki ilişkiyi açıklamaya yöneltmişlerdir. Bunlardan Weiner, Russell ve Lerman (1978) neden atfetmenin *içsel/dışsal*, *kalıcı/geçici* ve *kontrol edilebilir/edilemez* şeklinde üç boyutu olduğundan bahsetmektedirler. Örneğin kişi, başarıyla sonuçlanan olayların nedenlerini içsel, kalıcı ve kontrol edilebilir faktörlere bağlamış ise ya da başarısızlığını dışsal, geçici ya da kontrol edilemez faktörlere atfetmişse eylemi üzerinde ısrarcı olacaktır (Gatewood, Shaver, ve Gartner, 1995). Weiner (1985) atfedilen nedenleri içselden dışsala, kalıcıdan geçiciye ve kontrol edilebilirden edilemeze doğru sınıflandırmıştır. Bunları örneklerle ele almak gerekirse, kişi bir işte göstermiş olduğu

başarıyı 'benim pek çok yeteneğim var ve ben sıkı çalışırım' şeklinde açıklıyorsa içsel, başarısızlığını 'şansım yaver gitmedi' ya da 'hava çok sıcaktı' şeklinde açıklıyorsa dışsal nedenler söz konusu olmaktadır. Başarının yeteneğe ya da çabaya dayalı olarak açıklanmasında yetenek kalıcı, çaba (sadece bir sınav için gösterilmişse) ise geçici bir neden olmaktadır. 'Sınavda zorlandım; çünkü sorular çok zordu' ya da 'bakmadığım konulardan sorular geldi' şeklindeki neden atıflarına baktığımızda ilkinde işin zorluğunun dile getirildiği kalıcı bir neden, diğerinde ise şans gibi durumdan duruma, zamandan zamana değişebilen geçici bir neden söz konusudur. Öte yandan, çaba eksikliği ve hasta olma başarısızlık için içsel ve geçici nedenlerdir. Ancak ikisi arasında ince bir ayrım bulunmaktadır. Örneğin, bir işte sarf ettiğimiz çabayı artırabilir ya da azaltabiliriz, yani kontrol edebiliriz. Ancak, hasta olup olmamak bizim kontrol edebileceğimiz bir durum değildir. Dolayısıyla bir nedenin kontrol edilip edilemez oluşu, içsel/dışsal ve kalıcı/geçici olmasından bağımsızdır.

Öte yandan bireylerin yaptıkları atıflara karşı temkinli olmak gerektiği de unutulmamalıdır. Jeremy Bentham (1748, 1832) gibi bazı filozoflara göre, her insan doğru olmak ve doğru fikir ve inançlara sahip olmak için elinden gelenin en iyisini yapıyorsa da, her atıfta rasyonel ve akılcı bir tavırla hareket edildiğini söylemek oldukça zordur. Dolayısıyla insanlar sosyal olayları algılayıp, yorumlarken bir takım tutarlı ön yargılarla hareket edebilmektedir. Bunlardan en önemli ikisi 'temel atfetme yanılığı' ve 'kendini kayırma eğilimi' olarak bilinen önyargılardır (Beck, 2004). Temel atfetme yanılığıyla durumsal faktörleri dikkate almadan içsel atıf yapma eğiliminden kaynaklanan yanılıklar ifade edilirken (Ross, 1977), kendini kayırma eğiliminde ise başarılar için içsel, başarısızlıklar için ise dışsal atıflara başvurma eğilimi; yani 'başarıyı kendine başarısızlığı ele mal etme' durumu söz konusudur.

Weiner ve arkadaşlarının çalışmaları (Weiner vd., 1972; Weiner ve Kukla, 1970) bize başarılı öğrencilerin akademik başarılarını yetenek ve çabayla, başarısızlıklarını ise çaba eksikliğiyle açıklama eğiliminde olduklarını göstermektedir. Bu bağlamda, eğer bir öğrenci başarısını yetenek ve çabasıyla ilişkilendirerek açıklıyorsa, bunun onun kendisiyle gurur duymasını ve başarı beklentisinin devam etmesini sağlayacağı açıktır. Başarısızlığın çaba eksikliğiyle açıklanması durumunda ise, çabayı artırmak kendi kontrolü altında olduğundan, bu bakış açısı öğrencinin kendisi hakkında olumlu bir imaj sahibi olmasını sağlayacaktır (Cortes-Suarez, 2004). Öte yandan, bazı araştırmacılar başarıları içsel nedenlere, başarısızlıkları da dışsal nedenlere bağlayarak açıklamanın, gelecekteki başarı beklentilerini arttırdığını ifade etmektedirler. Örneğin, Schaufeli (1988), iş bulamamalarını dış nedenlere atfeden işsiz insanların iş bulmada başarı şanslarının daha yüksek olduğunu ortaya koymuştur. Aynı bağlamda, Seligman (1991) yaptığı birçok çalışma sonucunda, 'yenilgi kötü şansa bağlıdır ve bu, çaba ve yeteneklerle giderilebilir' gibi olumlu düşünme biçiminin daha fazla başarı, sağlık ve iyi bir ruh halini beraberinde getirdiğini göstermiştir (aktaran: Kağıtçıbaşı, 1999).

Bu araştırmanın amacı, fen bilgisi öğretmen adaylarının matematiksel ispat yapabilmede başarı ve başarısızlığa atfettikleri nedenleri ortaya koymaktır. Öğretmen adayları I ve II. yarıyılıda Genel Matematik I ve II adlı 4 kredilik, içeriğinde sayılar,

fonksiyonlar, limit, süreklilik, türev ve integral gibi çoğunlukla analizin temel konularının yer aldığı iki ders almışlardır. Bu dersler bizzat araştırmacının kendisi tarafından yürütülmüştür. Bilindiği gibi, matematik öğretiminin en önemli hedeflerinden biri neden, niçin sorularına karşılık olarak mantıklı cevaplar elde etmek; diğer bir deyişle muhakemenin gelişimini sağlamaktır (Altıparmak ve Öziş, 2005). Matematiksel muhakemenin gelişiminde ise, ispat yapma becerisi çok önemli bir yere sahiptir ve Knuth'a (2002) göre matematiği öğrenmede bir araçtır. Ancak araştırma grubunu oluşturan öğretmen adaylarının ispatlardan çok fazla şikâyet ettikleri ve genellikle ispat yapmada beklenen başarıyı gösteremedikleri görülmüştür. Bu nedenle bu öğrencilerin ispat konusundaki başarı veya başarısızlığa atfettikleri nedenler üzerine çalışmanın isabetli olacağına karar verilmiştir.

Bazı araştırmacılar (Forsyth ve McMillan, 1991; McMillan ve Forsyth, 1991), atıfların belirlenmesinin başarısızlığın bir takım olumsuz etkilerini ortadan kaldıracıcağına söylemektedirler. Öğrencinin atıflarını değiştirme amaçlı çabalar onun kendini suçlama döngüsünü kırmasına yardımcı ederek, gelecekte meydana gelebilecek diğer başarısızlık ve performans düşüklüklerinin önüne geçebilir (Wilson, Damiani ve Shelton, 2002). Ayrıca, araştırmacının ispat gibi matematiğin önemli ve anlaşılması kolay olmayan bir konusunda, nerelerde, niçin zorlanıldığının anlaşılmasına ve böylece matematik öğretiminde iyileştirme ve geliştirmelerin yapılmasına olanak vereceği düşünülmektedir. Konuyla ilgili ülkemizde yapılmış herhangi bir çalışmaya rastlanmadığından, elde edilecek sonuçların literatürde önemli bir boşluğu doldurması ve ileride yapılacak araştırmalar için faydalı düşünceler üretilmesine zemin hazırlaması beklenmektedir.

YÖNTEM

Araştırmaya katılan öğretmen adayları içinde bulundukları koşullara herhangi bir müdahale yapılmadan oldukları gibi değerlendirildiklerinden; araştırma tarama modelinde gerçekleştirilmiştir (Karasar, 2000).

Araştırma Grubu

Araştırma grubunu, bir devlet üniversitesinin Fen Bilgisi Öğretmenliği Anabilim Dalı'nın birinci sınıfında öğrenim gören 67 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Bunların 23'ü (%34,3) erkek, 44'ü (%65,7) ise kızdır.

Veri Toplama Aracı

Araştırmada veri toplama aracı olarak 5'li dereceli Likert tipinde bir anket kullanılmıştır. Anketin maddeleri belirlenirken konuyla ilgili literatürden (Baştürk, 2010, 2012; Boruchovitch, 2004; Cortes-Suarez, 2004) ve öğretmen adaylarına uygulanan açık uçlu sorudan oluşan bir yazılı anketin sonuçlarından yararlanılmıştır. Madde havuzu oluşturmak için hazırlanan açık uçlu bir sorudan oluşan anket, birinci

sınıfta okuyan 10 öğretmen adayına uygulanmıştır. Söz konusu ankette adaylardan bir öğrenci matematiksel ispatlarda başarılı ya da başarısız oluyorsa bunun nedenlerini yazmaları istenmiştir. Soruda direkt olarak adayın değil de, üçüncü bir kişinin muhatap alınması, çekinmeden daha rahat cevapların verilmesini sağlamak içindir. Cevapları yazabilmeleri için, adaylara bir boş dosya kâğıdı dağıtılmış ve değerlendirmelerini en ayrıntılı biçimde yazmaları söylenmiştir. Verecekleri cevapların kendilerine verilen matematik öğretiminin niteliğinin geliştirilmesi ve yeniden düzenlenmesi açısından çok önemli olduğu vurgulanmıştır. Yazılacak değerlendirmelerin doğrallığını korumak için de herhangi bir kimlik bilgisi yazmaları istenmemiştir. Daha sonra 41 maddeden oluşan 5'li dereceli Likert tipinde bir anket taslağı geliştirilmiştir. Geliştirilen anket taslağı matematik eğitiminde doktora yapmış üç öğretim elemanının görüşüne sunulmuş ve anketin ispat yapmada başarı ya da başarısızlık nedenlerini belirlemeye uygun olduğuna dair onay alınmıştır. Geliştirilen anket taslağı Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda okuyan 10 öğretmen adayına, okunabilirlik ve anlaşılabilirlik noktasında incelemeleri istenmiştir. Daha sonra bu öğrenciler araştırma grubu içerisine dâhil edilmemiştir. Toplanan veriler üzerinde yapılan güvenirlik çalışmasında anketin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı 0,91 olarak hesaplanmıştır.

Mevcut araştırmada bir ölçek geliştirme çabası içinde olunmadığından ve toplam puan hesaplanarak bir karar vermek amaçlanmadığından faktör analizi yapılmamıştır. Ayrıca, araştırma grubundaki öğretmen adaylarının sayısı da faktör analiz yapmak için yeterli değildir. Kline (1994) ifade ettiğine göre, genellikle güvenilir faktörler çıkartmak için 200 kişilik örneklem yeterlidir. Faktör yapısının açık ve az sayıda olduğu durumlarda bu sayı 100'e kadar indirilebilmektedir. Ancak daha iyi sonuçlar elde etmek için daha büyük örneklemle çalışmanın yararlı olacağı da unutulmamalıdır. Araştırmada kapsamındaki birinci sınıflar bir şubeden oluşmaktadır ve toplam mevcutları yaklaşık olarak 60 kişidir. Ayrıca matematik derslerinin işlenişi, ispata yer vermenin derecesi bağlamında, müfredat aynı olmakla birlikte, öğretim elemanlarına göre farklılıklar gösterebilmektedir. Bazı öğretim elemanları ispata yer vermeden ya da çok az yer vererek, "*lise matematiği*" gibi ders işlerken, diğer bazıları "*ispat merkezli*" ders işleyebilmektedir (Baştürk, 2010). Bazısı "*iki kolonlu ispat*" yönteminden başkasını kullanmazken, diğer bazıları pek çok farklı ispat yöntemine derslerinde yer verebilmektedir. Öğretim elemanlarının bu farklı farklı uygulamaları nedeniyle, araştırma grubundaki öğretmen adaylarının sayısını farklı üniversitedekilerle artırma çabasının, kontrol edilmesi zor değişkenlerin ilavesini de beraberinde getireceği unutulmamalıdır.

Verilerin Analizi

Uygulamaya dâhil edilen öğretmen adaylarından anket maddelerini eksik veya gerekli hassasiyeti göstermeden dolduranlar ayıklandıktan sonra geriye kalan 67 anket araştırmanın verilerini oluşturmuştur. Likert tipi anketin aralıklarının eşit olduğu varsayımından hareket edilerek, aritmetik ortalamalar için puan aralığı katsayısı, puan aralığı = (en yüksek değer-en düşük değer)/5 formülü kullanılarak, 0,80 olarak

bulunmuştur. Böylece aritmetik ortalamaların değerlendirme aralığı elde edilmiştir. Buna göre aritmetik ortalaması, 1,00–1,80 olan maddeler *Kesinlikle Katılmıyorum* (1), 1,81–2,60 olan maddeler *Katılmıyorum* (2), 2,61–3,40 olan maddeler *Ne Katılıyorum Ne Katılmıyorum* (3), 3,41–4,20 olan maddeler *Katılıyorum* (4) ve 4,21–5,00 olan maddeler *Kesinlikle Katılıyorum* (5) olarak kabul edilmiştir. Bilgisayar ortamında bir nicel analiz programı ile çözümlenen verilerin analizinde, ortalama ve standart sapma değerleri hesaplanmış ve bunlara göre yorumlar yapılmıştır.

BULGULAR

Bulguların tanıtımının, (i) *Dışsal, Kalıcı ve Kontrol Edilemez Nedenler*, (ii) *İçsel Kalıcı ve Kontrol Edilemez Nedenler* ve (iii) *İçsel, Geçici ve Kontrol Edilebilir Nedenler* şeklinde 3 alt başlık altında yapılmasının daha uygun olacağı düşünülmüştür. Bu başlıklar, atıf teorisiyle ilgili literatürden hareketle araştırmacı tarafından anket maddelerinin sınıflandırılmasıyla elde edilmiştir.

Dışsal Kalıcı ve Kontrol Edilemez Nedenler

Aşağıdaki Tablo 1’de öğretmen adaylarının anketin *dışsal, kalıcı ve kontrol edilemez* maddelerine vermiş oldukları cevapların ortalama ve standart sapma değerlerine yer verilmiştir.

Tablo 1. Öğretmen Adaylarının Dışsal Kalıcı ve Kontrol Edilemez Maddelere Verdikleri Cevapların Ortalama ve Standart Sapma Değerleri

Maddeler	$\bar{X}$	Std. Sap.
Üniversiteye gelene kadar kısa yol ve formül ezberine dayanan bir matematik gördüğü için öğrenci ispatta başarısız olmaktadır.	4,61	0,717
Bugüne kadar sorgulamaya dayalı bir matematikle karşılaşmadığından öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	4,36	0,965
Liselerde ispata önem verilmemesi üniversitede ispattaki başarısızlığın en büyük nedenidir.	4,33	1,021
Matematik ezbere dayalı olarak öğretildiğinden öğrenci ispatlarda başarısız olur.	4,18	1,029
Bugüne kadar düşünmeye dayalı sorularla karşılaşmadığından dolayı öğrenci matematiksel ispatta başarısız olmaktadır.	4,12	1,052
Kullanılan öğretim yönteminden dolayı öğrenciler ispatta başarısız olmaktadır.	4,03	0,984
Konular hızlı geçildiğinden dolayı öğrenci matematiksel ispatta başarısız olmaktadır.	3,72	1,216
Öğretim elemanının öğrencinin seviyesine inememesinden dolayı öğrenci ispatta başarısız olmaktadır.	3,61	1,279
Öğretim elemanlarının öğrencilerin gözünü korkutmasından dolayı öğrenciler ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,43	1,234
İspatın özünde zorluk olduğundan dolayı öğrenci ispatta	3,15	1,351

başarısız olmaktadır.		
Derste yapılan ispat örnekleri az olduğundan dolayı öğrenci matematiksel ispatta başarısız olmaktadır.	3,13	1,179
İspat yapmak matematikçilere has bir durumdur.	2,45	1,294
İspat yapmak üst seviyede bir aktivitedir.	2,43	1,171

Araştırmaya katılan öğretmen adaylarına göre, üniversiteye gelene kadar kısa yol ve formül ezberine dayanan bir matematik görüldüğünden ($\bar{X}=4,61$), bugüne kadar sorgulamaya dayalı bir matematikle karşılaşmadığından ($\bar{X}=4,36$), liselerde ispata önem verilmediğinden ($\bar{X}=4,33$) dolayı öğrenci matematiksel ispatta başarısız olmaktadır.

Ayrıca, matematiğin ezbere dayalı olarak öğretilmesi ($\bar{X}=4,18$), ispatla karşılaşmaya kadar düşünmeye dayalı sorularla karşılaşmaması ($\bar{X}=4,12$), ispatların öğretiminde kullanılan yöntemlerin uygun olmaması ($\bar{X}=4,03$), konuların hızlı geçilmesi ($\bar{X}=3,72$), öğretim elemanının öğrencinin seviyesine inememesi ($\bar{X}=3,61$) ve öğretim elemanlarının öğrencilerin gözünü korkutması ($\bar{X}=3,43$) gibi nedenlerden dolayı da öğrenci başarısız olabilmektedir. Adayların ispatın özünde zor olmasını ($\bar{X}=3,15$) ve derste yapılan ispat örneklerinin azlığını ($\bar{X}=3,13$) bir başarısızlık nedeni olarak kabul etmede zorlandıkları görülmektedir. Buna ek olarak, adaylar, ispat yapmanın matematikçilere has bir durum olduğu ($\bar{X}=2,45$) ve ispat yapmanın üst seviyede bir aktivite olduğu ($\bar{X}=2,43$) fikrine katılmamakta ve bunları bir başarısızlık nedeni olarak görmemektedirler. Sonuç olarak denilebilir ki, araştırmaya katılan öğretmen adayları matematiksel ispat yapmadaki en önemli dışsal, kalıcı ve kontrol edilemez başarısızlık nedenleri olarak öğrencinin matematiksel ispatla karşılaşmadan önce ortaöğretimde almış olduğu matematik eğitiminin niteliğiyle ilgili olanları görmektedir.

İçsel Kalıcı ve Kontrol Edilemez Nedenler

Tablo 2’de öğretmen adaylarının anketteki *içsel, kalıcı ve kontrol edilemez* maddelere vermiş oldukları cevapların ortalama ve standart sapma değerleri yer almaktadır.

Tablo 2. Öğretmen Adaylarının İçsel Kalıcı ve Kontrol Edilemez Maddelere Verdikleri Cevapların Ortalama ve Standart Sapma Değerleri

Maddeler	$\bar{X}$	Std. Sap.
Herkes matematiksel ispat yapmada başarılı olamaz.	3,35	1,202
İspat yapma yeteneği olmadığından dolayı öğrenci ispatta başarısız olmaktadır.	3,15	1,221
Sayısal zekâsı olan bir öğrenci kesinlikle matematiksel ispatta başarılı olur.	2,84	1,122
Ezber kabiliyeti olmadığı için bir öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	2,52	1,159
İspat yapma becerisi herkesin sahip olabileceği bir beceri değildir.	2,37	1,253

Matematiksel ispat becerisi doğuştandır. Bu nedenle bazıları vardır; bazıları yoktur.	2,06	1,324
Yeterli zekâ düzeyine sahip olmadığından öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	1,89	1,195

Tablo 2’den de anlaşıldığı gibi, araştırmaya katılan öğretmen adaylarının, yeterli zekâ seviyesinin ($\bar{X}=1,89$), doğuştan gelen ispat ($\bar{X}=2,06$) ve ezber yeteneğinin ($\bar{X}=2,52$) olmamasından dolayı ispatlarda başarısız olduğu düşüncesine katılmadıkları görülmektedir. Bu konuda en fazla tepkiyi zekâyla ilişkili maddeye göstermiş olmalarından ispatta başarı ya da başarısızlığı zekâyla çok ilişkilendirmedikleri anlaşılmaktadır. Adaylar ispatı belli bir kesime özgü bir durum olarak ($\bar{X}=2,37$) görmemekte ve herkesin matematiksel ispat yapmada başarılı olamayacağı ($\bar{X}=3,35$), ispat yapma yeteneği eksikliğinin başarısızlığa neden olacağı ($\bar{X}=3,15$) ve sayısal zekâyı sahip olmanın başarı için gerekliliği ($\bar{X}=2,84$) konularında da ciddi şüpheler taşımaktadırlar. Sonuç olarak denilebilir ki, araştırmaya katılan öğretmen adaylarına göre, ispat yeteneği doğuştan sahip olunan bir yetenek değildir. Ayrıca, ezber kabiliyetinin olması, sayısal zekâyı sahip olma ya da zekâ seviyesinin yüksekliği ispatta başarı ya da başarısız olmayı etkileyen nedenler arasında değildir.

İçsel Geçici ve Kontrol Edilebilir Nedenler

Tablo 3 öğretmen adaylarının anketin *içsel, geçici ve kontrol edilebilir* maddelerine vermiş oldukları cevapların ortalama ve standart sapma değerlerini göstermektedir.

Tablo 3. Öğretmen Adaylarının İçsel Geçici ve Kontrol Edilebilir Maddelere Verdikleri Cevapların Ortalama ve Standart Sapma Değerleri

Maddeler	$\bar{X}$	Std. Sap.
Geçmiş konularındaki eksikliklerinden dolayı öğrenci ispatta başarısız olmaktadır.	3,94	0,998
Hangi teorem için hangi ispat yönteminin kullanacağını bilmediği için öğrenci matematiksel ispatta başarısız olmaktadır.	3,91	1,011
İspat yöntemlerini yeterince tekrar etmediğinden dolayı öğrenci matematiksel ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,88	1,066
İspata nasıl başlayacağını bilemediğinden dolayı öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,87	1,042
Psikolojik olarak kendisine ispatın zor olduğuna inandığı için öğrenci ispatta başarısız olmaktadır.	3,80	1,246
Yorum gücünü kullanamadığından dolayı öğrenci ispatta başarılı olamamaktadır.	3,70	1,087
İspatları ileride öğretmenlik yaparken kullanmayacağı düşüncesinden dolayı öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,61	1,242
Matematik alanındaki bilgileri yeterli olmadığından dolayı öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,58	1,304

Yeterince gayret göstermediğinden öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,57	1,257
Yeterince çalışmamasından dolayı öğrenci ispatta başarısız olmaktadır.	3,54	1,294
Önyargısından dolayı öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,41	1,280
Farklı kaynaklardan çalışmadığından dolayı öğrenci matematiksel ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,37	1,125
Bir öğrenci tanım ve teoremleri tam olarak bilse ispat yapmada her zaman başarılı olur.	3,31	1,208
Matematiksel düşünce yeteneği gelişmediğinden öğrenci ispatta başarısız olmaktadır.	3,28	1,228
Bir öğrenci ispat yöntemlerini tam olarak bilse ispat yapmada her zaman başarılı olur.	3,25	1,352
Bir teoremden varsayımla sonucu ayıramadığından dolayı öğrenci matematiksel ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,25	1,159
Motivasyon eksikliğinden dolayı öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,24	1,332
İspatlarla günlük hayat arasında ilişki kuramadığı için öğrenci matematiksel ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,24	1,181
Matematik dersinde başarı olacağına inanmadığından öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,16	1,332
Merak duygusunun eksik olmasından dolayı öğrenci ispatlarda başarısız olmaktadır.	3,12	1,285
Kendine güvenmediğinden dolayı öğrenci ispatta başarısız olmaktadır.	2,77	1,368

Araştırmaya katılan öğretmen adayları tarafından en çok altı çizilerek dile getirilen, *içsel, geçici ve kontrol edilebilir* nedenlerin, sırasıyla geçmiş konulardan gelen eksiklikler ($\bar{X}=3,94$), hangi teorem için hangi ispat yönteminin kullanılacağını bilememe ($\bar{X}=3,91$), ispat yöntemlerini yeterince tekrar etmeme ($\bar{X}=3,88$), ispata nasıl başlanılacağını bilememe ($\bar{X}=3,87$), psikolojik olarak kendini ispatın zor olduğuna inandırma ($\bar{X}=3,80$) ve yorum gücünü kullanamama ($\bar{X}=3,70$) olduğu görülmektedir. İspatların ileride öğretmenlik yaparken kullanılmayacağı düşüncesi ($\bar{X}=3,61$), matematik alanında sahip olunan bilgilerin yetersizliği ($\bar{X}=3,58$), yeterince gayret göstermeme ($\bar{X}=3,57$), yeterince çalışmama ($\bar{X}=3,54$) ve ispatlara karşı önyargılı olma ($\bar{X}=3,41$) gibi nedenler yukarıdakiler kadar olmasa da, adaylar tarafından ispatta başarısızlığa atfedilen nedenler arasında yer almaktadır. Öte yandan, pek çok maddede öğretmen adaylarının bir yargıya varmada zorlandıkları görülmektedir. Örneğin, onlar farklı kaynaklardan çalışmamayı ($\bar{X}=3,37$), ilgili tüm tanım ve teoremleri tam olarak bilmeyi ($\bar{X}=3,31$), matematiksel düşüncenin gelişmemiş olmasını ($\bar{X}=3,28$), ispat yöntemlerini tam olarak bilmeyi ($\bar{X}=3,25$), bir teoremden varsayımla sonucu birbirinden ayıramamayı ($\bar{X}=3,25$), matematik dersinde başarılı olacağına inanmamayı ($\bar{X}=3,16$) ve merak duygusu eksikliği ($\bar{X}=3,12$) gibi nedenleri ispatta bir başarı ya da başarısızlık nedeni olarak ifade etmede kararsız davranmaktadırlar.

Sonuç olarak, öğretmen adaylarına göre, geçmiş konulardaki eksiklikler, hangi teorem için hangi ispat yönteminin kullanılacağını bilememe, yeterince tekrar etmeme, ispata nasıl başlanılacağını bilememe, kendini psikolojik olarak başaramayacağına inandırma, yeterince gayret göstermeme ve çalışmama, matematiksel ispatlardaki kontrolün öğrencinin elinde olduğu, öğrenci kaynaklı ve geçici en önemli başarısızlık nedenleridir.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu araştırmada, fen bilgisi öğretmenliği birinci sınıfta okuyan öğretmen adaylarının matematiksel ispat yapmada başarı ya da başarısızlığa attettikleri nedenler ortaya konmaya çalışılmıştır. Verilerin analizinden de anlaşıldığı gibi, öğretmen adaylarının *dışsal, kalıcı ve kontrol edilemez* nedenler arasında en çok dile getirdikleri, üniversiteye gelinceye kadar ya da başka bir ifadeyle ispatlarla karşılaşmaya kadar ortaöğretimde almış oldukları matematik eğitiminin niteliğiyle ilgili olanlardır. İlgili maddelerden bu matematik eğitimin, kısa yol ve formül ezberlemeye dayanan neden, niçin sorularının sorulmadığı, düşünmeden ve sorgulamadan uzak, ispata ve ispat yapmaya önem vermeyen bir eğitim olduğu anlaşılmaktadır. Benzer nedenlerin gerek ilköğretim gerekse ortaöğretim matematik öğretmen adaylarıyla ispat konusunda yapılan çalışmalarda da en çok öne çıkan (Baştürk, 2010, 2011; Taştepe, 2012) zorluk nedenleri olması, problemin sadece araştırmanın yapıldığı anabilim dalı ve üniversiteyle sınırlı olmadığını göstermektedir. Ayrıca, ülkemizdeki ortaöğretim düzeyindeki matematik eğitiminin, ispat ve 'muhakeme' konularındaki sınırlılığını vurgulayan pek çok çalışma bulunmaktadır (Baştürk, 2007, 2011; Baştürk ve Doğan, 2010; Doğan, 2010; Özer ve Arıkan, 2005). Bu tür nedenler arasında, adaylar tarafından üzerinde önemle durulan diğer nedenlerin, ispatların yanlış yöntemler kullanılarak öğretilmesi, konuların hızlı geçilmesi, öğretim elemanlarının öğrencilerin seviyesine inememesi ve öğrencilerin gözünü ispatlarla korkutması olduğu görülmektedir. Aslında öğretim elemanı ve öğretim yöntemiyle ilgili nedenlerin yükseköğretim/ortaöğretim matematiği uyumsuzluğuyla ilişkili nedenlerle bağlantılı olduğu rahatlıkla söylenebilir. Çünkü lise kaynaklı nedenlerden öğrencinin ispat konusundaki seviyesi düşük olduğundan ona göre dersler hızlı geçmektedir, daha basit anlatımlara ihtiyaç duyduğundan öğretim elemanı sanki onun seviyesine inememektedir ve daha önce karşılaşmadığı bir matematikle (ispata dayalı olması nedeniyle) karşı karşıya olduğundan (yeni olana karşı sahip olunan potansiyel kaygı nedeniyle) öğretim elemanı onların gözünü korkutuyor gibi gelmektedir. Şüphesiz eldeki mevcut verilerle bu yorumları yüksek sesle ifade etmek oldukça zor görünmektedir. Derinlemesine yapılacak araştırmaların konuyla ilgili daha net bilgiler sağlayacağı düşünülebilir. Yapılan *işin zorluğu* (task difficulty) önemli bir *dışsal, kalıcı ve kontrol edilemez* bir nedendir (Weiner, 1985). Ancak araştırmaya katılan öğretmen adaylarının ispatın özünde zor olduğundan dolayı öğrencinin başarısız olduğu fikrine

pek sıcak bakmadıkları, ispatın matematikçilere özgü, üst seviyede bir aktivite olduğuna inanmadıkları görülmektedir. Öğretmen adaylarının bir başarısızlık nedeni olarak görmekte zorlandıkları diğer bir durum da derste yapılan ispat örneklerinin yetersizliğidir. Bilindiği gibi ispat aynı zamanda bir problem çözme sürecidir. Bu yüzden her ispat için kullanılacak ortak bir alitmadan bahsetmek mümkün değildir. Derste yapılan örnekler ne kadar çoğaltılırsa çoğaltılsın, aynııyla karşılaşmadığı sürece öğrenci her teorem için kendisi bir ispat geliştirmek durumunda olduğundan, örnek yetersizliğinin bir neden olarak görülmemesi anlaşılır bir durumdur.

Adayların *içsel, kalıcı ve kontrol edilemez* nedenlerle ilgili maddelerdeki tavırlarından, ispatı doğuştan sahip olunan bir yetenek olarak görmedikleri anlaşılmaktadır. Aynı bağlamda, adaylar ezber kabiliyetinin olmasını, sayısal zekâyâ ya da yüksek seviyede zekâyâ sahip olmayı matematiksel ispatlarda bir başarı ya da başarısızlık nedeni olarak görmemektedirler. Bu durum olumlu olarak değerlendirilmiştir. Zira bu tür nedenler, kişinin kendi kontrolünde olmayan ve doğuştan sahip olunan bir takım becerilere atıfta bulunmaktadır. Eğer ispattaki başarı ya da başarısızlık doğuştan bir yetenek olarak algılanıp, bazımızda olup bazımızda olmayan bir özellik olarak görülseydi, başarısızlık yaşayan bir kişi için '*ispat sayfasının kapanmış*' olduğunu söylemek herhalde abartı olmazdı. Bazı araştırmacılar başarıyı içsel nedenlere, başarısızlığı dışsal nedenlere bağlayarak açıklamanın, gelecekteki başarı beklentilerini arttırdığını ifade etmeleri (Schaufeli, 1988; Seligman, 1991) bu yorumu destekler niteliktedir.

İçsel, geçici ve kontrol edilebilir nedenlerdeki öğretmen adaylarının tavırlarına gelince, bunların ispatla ilgili çalışmalarda da gözlemlenen bir takım öğrenci zorluklarına işaret ettiği görülmektedir. Geçmiş konulardaki eksiklikler, hangi teorem için hangi ispat yönteminin kullanılacağını bilememe, ispata nasıl başlanılacağını bilememe (Ball vd., 2002; Baştürk, 2010, 2011; Harel ve Sowder, 1998; Marrades ve Gutiérrez, 2000) bunların en önemlileridir. Bu nedenler analiz edilecek olursa, geçmiş konulardaki eksiklikler her ne kadar öğrenciyle ilişkili olsa da eğitim sistemimizin öğrenci üzerindeki dolaylı bir sonucudur. Sistemimiz, biraz karikatürize ederek ifade edilirse, neredeyse okuma yazma bilmeden lise bitirmeye izin verecek bir yapıdadır. Matematik, fizik ya da kimyanın en temel konularında pek çok eksiği olan öğrencilerle karşılaşmak üniversitedeki öğretim elemanlarının nadir karşılaştıkları durumlar değildir. Zira özel dersaneler sayesinde pek çok konuda eksiği olan öğrenciler benzer sorularla tekrar tekrar çalışarak üniversiteye giriş sınavında başarılı olabilmektedirler (Baştürk ve Doğan, 2010). Diğer nedenlerden 'hangi teorem için hangi ispat yönteminin kullanılacağını bilememe', 'ispata nasıl başlanılacağına bilememe'ye gelince, bunlar daha önce de bahsedildiği gibi, ispatın algoritmik olmayan problem çözmeye dayalı dinamik yapısının ve öğrencinin böyle aktivitelere alışkın olmamasının bir sonucudur. Bu gruptaki diğer önemli *içsel, geçici ve kontrol edilebilir* neden, ilgili literatürde önemli bir neden atfı olarak karşımıza çıkan '*çaba eksikliği*' (lack of effort) ve yeterince çalışmamadır. Başarısızlığın çaba eksikliğiyle açıklanması durumu, çabayı artırıp artırmamak kişinin kontrolünde olduğundan, kendi hakkında olumlu bir imaj

sahibi olmayı sağlayacağından (Cortes-Suarez, 2004) yararlı bir neden atfı olarak değerlendirilmiştir.

Mevcut araştırmanın sonuçları, öğretmen adaylarının matematiksel ispat yapmadaki başarı ya da başarısızlığı *içsel, kalıcı ve kontrol edilemez* nedenlerden ziyade kontrolü kendi elinde olmayan dış nedenlerle açıklama eğiliminde olduklarını göstermektedir. Bu durum ispatlarla matematik öğretimi adına olumlu olarak değerlendirilmekle birlikte, dile getirilen nedenlerin ortaöğretim ve yükseköğretimdeki mevcut matematik öğretimi için önemli mesajlar verdikleri görülmüştür.

Araştırma kapsamında elde edilen sonuçlar bağlamında aşağıdaki öneriler verilebilir:

- Araştırma ortaöğretimden yükseköğretime geçiş sürecinde çok önemli sıkıntılar olduğunu göstermektedir. Öğretmen adayları ispatlarla matematik öğretiminde problemin büyük oranda kendilerinden değil, eğitim sistemimizdeki eksikliklerden kaynaklandığının farkındadırlar ve bunun olumsuz yansımalarını yükseköğrenimleri sırasında yaşamaktadırlar. Eğer gerekli düzeltme ve geliştirmeler yapılmazsa, bu durumun ispat öğretiminde kalıcı ve kontrol edilemez bir başarısızlık nedeni olarak her zaman öğretmen adaylarının karşısında durmaya devam edeceği açıktır. Özellikle ortaöğretimdeki matematik eğitiminin sorgulamaya dayalı ve ispat merkezli ele alınması ve üniversiteye giriş sınavı esaretinden ortaöğretimin kurtulması ya da bu sınavın yapısında önemli değişiklikler yapılması gerekmektedir.

- İspat yapı itibarıyla anlaşılması kolay bir kavram değildir. Öğrencilerin ortaöğretimde alıştıkları algoritmik yapıdan ziyade problem çözmeye dayalı bir yapısı vardır. Her ne kadar belli bazı ispat yöntemlerinden söz edilse bile, bunları çok iyi bilmek ispatta başarılı olmayı garantilememektedir. Bu da hep sonuca endeksli ve algoritma temelli çalışmaya alışmış öğrencilerde hayal kırıklığına ya da tedirginliğe neden olmaktadır. Bu yüzden, üniversitedeki derslerde ispatın ne olduğundan, neden önemli olduğundan ve içinde barındırdığı karşılaşılması muhtemel zorluklarından bahsedilmeli ve öğrencilere, özellikle bizdeki gibi bir ortaöğretim sürecinden geçerek gelmiş olanlara karşı, daha anlayışlı ve sabırlı olunmalıdır. İspat becerisinin zamanla gelişeceği gerek öğrenci gerekse öğretim elemanları tarafından çok iyi bilinmelidir.

- Mevcut çalışmada Likert tipi bir anketten elde edilen sonuçlara göre yorumlar yapılmıştır. Bu sonuçlar ankete katılan fen bilgisi öğretmen adaylarıyla ve bunların ankete verdikleri cevaplarla sınırlıdır. Dolayısıyla farklı bölümlerden, daha fazla sayıda öğrenciyle sonuçlar test edilebilir. Nitel olarak desenlenecek çalışmalarla da resmin gölgede kalan kısımları aydınlatılabilir.

TEŞEKKÜR

Yazar, sınıf öğretmenliği 3. sınıf öğretmen adaylarından Elif YILDIZ, Merve HARMAN, Merve YÜKSEL, Feza ÖZTÜRK ve Nurkadın BUDAK'a anketin uygulanması sırasındaki yardımlarından dolayı teşekkür eder.

KAYNAKÇA

- ALTIPARMAK, K., ve ÖZİŞ, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- BALL, D. L., HOYLES, C., JAHNKE, H. N., ve MOVSHOVİTZ-HADAR, N. (2002). The teaching of proof. In L. I. Tatsien (Ed.), *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* (Vol. III, pp. 907-920). Beijing: Higher Education Press.
- BARON, R.A. (1998). Cognitive mechanisms in entrepreneurship: Why and when entrepreneurs think differently than other people. *Journal of Business Venturing*, 13, 275-294.
- BAR-TAL, D. (1978). Attributonal analysis of achievement-related behavior. *Review of Educational Research*, 48(2), 259-271.
- BAŞTÜRK, S. (2007). Türkiye'deki fonksiyon kavramının 9. sınıf ders kitapları bağlamında incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Fen Edebiyat Dergisi*, 9, Ek sayı, 270-283.
- BAŞTÜRK, S. (2010). First-year secondary school mathematics students' conceptions of mathematical proofs and proving. *Educational Studies*, 36(3), 283-298.
- BAŞTÜRK, S. (2011). Üniversiteye giriş sınavına hazırlanma sürecinin öğrencilerin matematik öğrenmeleri üzerine olumsuz yansımaları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40, 69-79.
- BAŞTÜRK, S. (2012). Perspectives of Turkish pre-service mathematics teachers of elementary level on mathematical proof. In Robert V. Nata (Ed.), *Progress Education Vol.27 (pp.61-82)*. Nova Science Publishers, Inc: New York.
- BAŞTÜRK, S., ve DOĞAN, S. (2010). Üniversite öğrencilerinin perspektifinden özel dershanelerdeki matematik eğitimi. *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 32, 41-60.
- BECK, R.C. (2004), *Motivation theories and principles* (5. Edition). USA: Pearson Education, Inc.
- BORUCHOVİTCH, E. (2004). A study of causal attributions for success and failure in mathematics among brazilian students. *Interamerican Journal of Psychology*, 38(1), 53-60.
- CORTES-SUAREZ, G. (2004). *Causal attributions for success or failure by passing and failing students in college algebra*. Unpublished Doctoral Dissertation, Florida International University, Miami, Florida.
- CÜCELOĞLU, D. (2008). *İnsan ve davranışı* (17. Basım). İstanbul: Remzi Kitabevi.
- DOĞAN, S. (2010). *Özel dershanelerdeki matematik eğitiminin niteliği ve öğrenci yaklaşımlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

- FORSYTH, D.R., ve MCMILLAN, J.H. (1991). Some practical proposals for motivating students. In R.J. Menges & M. Svinicki (Eds.), *Approaching instructional problems through theoretical perspective: New directions for teaching and learning* (pp. 53-66). San Francisco: Jossey-Bass.
- FÖRSTERLING, F. (2001). *Attribution. An introduction to theories, research and applications*. UK: Psychology Press.
- GATEWOOD, E.J., SHAVER, K.G., ve GARTNER, W.B. (1995). A Longitudinal study of cognitive factors influencing start-up behaviors and success at venture creation. *Journal of Business Venturing*, 10, 371-391.
- HAREL, G., ve SOWDER, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- KAĞITÇIBAŞI, Ç. (1999). *Yeni insan ve insanlar* (10. Baskı). İstanbul: Evrim.
- KARASAR, N. (2000). *Bilimsel araştırma yöntemi* (12. Basım). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- KLINE, P. (1994). *An Easy Guide to Factor Analysis*. New York: Routledge.
- KNUTH, E. (2002). Proof as a tool for learning Mathematics. *Mathematics Teacher*, 95(7), 486-490.
- MARRADES, R., ve GUTIERREZ, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 87-125.
- MCMILLAN, J.H., ve FORSYTH, D.R. (1991). What theories of motivation say about why learners learn. *New Directions for Teaching and Learning*, 45, 39-52.
- MUELLER, S.L., ve THOMAS, A.S. (2000). Culture and entrepreneurial potential: A nine country study of locus of control and innovativeness. *Journal of Business Venturing*, 16, 51-75.
- ÖZER, O., ve ARIKAN. A. (2005). Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, ODTU.
- ROSS, L. (1977). The intuitive psychologist and his shortcomings: Distortions in the attribution process. In L. Berkowitz (Ed.), *Advances in experimental social psychology* (vol. 10). New York: Academic Press.
- SCHAUFELI, W.B. (1988). Perceiving the causes of unemployment: An evaluation of the causal dimension scale in a real-life situation. *Journal of Personality and Social Psychology*, 54, 347-356.
- SELIGMAN, M.E.P. (1990). *Learned optimism*. New York: Knopf.
- TAŞTEPE, M. (2012). *İspat kavramının kitap, öğretmen ve öğrenci boyutunda incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

- WEINER, B., FRIEZE, I., KUKLA, A., REED, L., REST, S., ve ROSENBAUM, R. (1972). Perceiving the causes of success and failure. In E. E. Jones, D. Kanouse, H. H. Kelley, R. E. Nisbett, S. Valins, & B. Weiner. *Attribution: Perceiving the Causes of Behavior*. Morristown, NJ.: General Learning Press.
- WEINER, B., ve KUKLA, A. (1970). An attributional analysis of achievement motivation. *Journal of Personality and Social Psychology*, 15, 1-20.
- WEINER, B. (1972). Attribution theory, achievement motivation and the educational process. *Review of Educational Research*, 42(2), 203-215.
- WILSON, T.D., DAMIANI, M., ve SHELTON, N. (2002). Improving the academic performance of college students with brief attributional interventions. In J. Aronson (Ed.), *Improving academic achievement: Impact of psychological factors on education* (pp. 89-108). New York: Academic Press.
- WONG, P.T.P., ve WEINER, B. (1981). When people ask "why" questions, and the heuristics of attributional search. *Journal of Personality and Social Psychology*, 40, 650-663.